

# Grundläggande datalogi: Inlämningsuppgifter 1

Sista Inlämningsdag: 6 februari

22 januari 2004

Uppgifterna skall vara häftade och lämnas in senast den **6 februari**. Uppgifterna skall lösas självständigt eller i grupper om två. Det är inte förbjudet att diskutera lösningarna med kamrater, men i så fall vill jag att du anger deras namn samt vilka uppgifter som du/ni diskuterat. Uppgifterna skall lämnas i ett labbskåp på plan 6 (vid Linsen).

Observera: Om du inte följer den notation och/eller de definitioner som presenterats på föreläsningarna så måste du vara mycket noggrann med att ange vad du följer. T ex kan du skriva "Jag använder KPs notation och terminologi för funktioner och partiella funktioner". Om du är otydlig kan det ge poängavdrag, eftersom vi förutsätter att du följer föreläsningarna.

1. Bevisa medelst matematisk induktion att, för alla naturliga tal  $n$  (d v s  $n \geq 0$ ),

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

2. Rita tre cirklar som skär varann så mycket som möjligt. Cirklarna innehåller de partiella funktioner från  $\mathcal{B}ool$  till  $\mathcal{B}ool$  som är injektiva, surjektiva respektive totala. Vissa av de sju områdena är tomma. Ge åtminstone ett exempel på funktioner som ligger i vart och ett av de icke-tomma områdena. Finns det någon funktion som ligger utanför alla cirklar, d v s en funktion som varken är injektiv, surjektiv eller total? Motivera alla dina svar!
3. Kan man räkna upp alla totala funktioner från  $\mathcal{N}$  till  $\mathcal{B}ool$ ? Motivera!
4. Enligt definitionen är en icke-tom mängd  $A$  *uppräkningsbar* om det finns en total surjektiv funktion  $f \in \mathcal{N} \xrightarrow{\text{tot}} A$ .
  - (a) Är det väsentligt att funktionen skall vara total?
  - (b) Är det väsentligt att funktionen skall vara surjektiv?

Om svaret är ja, skall du motivera det genom att visa att de reella talen skulle vara uppräknelige om kravet inte fanns med i definitionen. Om svaret är nej, skall du visa hur man givet en funktion som inte uppfyller kravet kan konstruera en funktion med kravet uppfyllt.